

2025年陕西省中考数学试卷

一、单选题(共8小题，每小题3分，计24分。每小题只有一个选项是符合题意的)

1. (3分) 计算： $-5+4=$ ()

- A. 1 B. -1 C. 9 D. -9

2. (3分) 上马石是古人上下马的工具，形状如图①。它可以看作图②所示的几何体，该几何体的俯视图为 ()

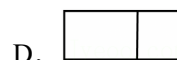
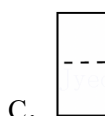
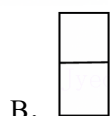
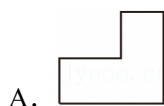


图①

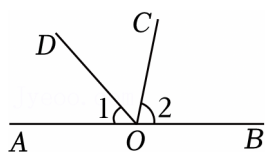


正面

图②



3. (3分) 如图，点 O 在直线 AB 上， OD 平分 $\angle AOC$ 。若 $\angle 1=52^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

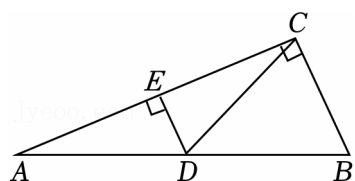


- A. 76° B. 74° C. 64° D. 52°

4. (3分) 计算 $2a^2 \cdot ab$ 的结果为 ()

- A. $4a^2b$ B. $4a^3b$ C. $2a^2b$ D. $2a^3b$

5. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=20^\circ$ ， CD 为 AB 边上的中线， $DE \perp AC$ ，则图中与 $\angle A$ 互余的角共有 ()

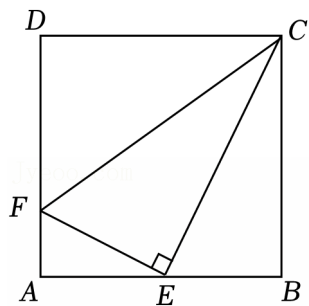


- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

6. (3分) 在平面直角坐标系中，过点 $(1, 0)$ ， $(0, 2)$ 的直线向上平移3个单位长度，平移后的直线经过的点的坐标可以是 ()

- A. $(1, -3)$ B. $(1, 3)$ C. $(-3, 2)$ D. $(3, 2)$

7. (3分) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为4，点 E 为 AB 的中点，点 F 在 AD 上， $EF \perp EC$ ，则 $\triangle CEF$ 的面积为 ()



- A. 10 B. 8 C. 5 D. 4

8. (3分) 在平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a - 3$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴有两个交点，且这两个交点分别位于 y 轴两侧，则下列关于该函数的结论正确的是 ()

- A. 图象的开口向下
B. 当 $x > 0$ 时， y 的值随 x 值的增大而增大
C. 函数的最小值小于 -3
D. 当 $x = 2$ 时， $y < 0$

二、填空题 (共6小题，每小题3分，计18分)

9. (3分) 满足的整数 a 可以是 _____ (写出一个符合题意的数即可)。

10. (3分) 生活中常按图①的方式砌墙，小华模仿这样的方式，用全等的矩形按规律设计图案，如图②，第1个图案用了3个矩形，第2个图案用了5个矩形，第3个图案用了7个矩形，...则第10个图案需要用矩形的个数为 _____。

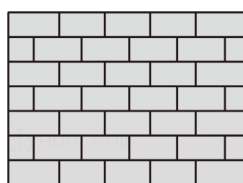


图 ①



第 1 个



第 2 个

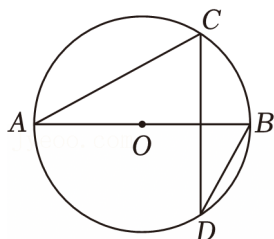


第 3 个

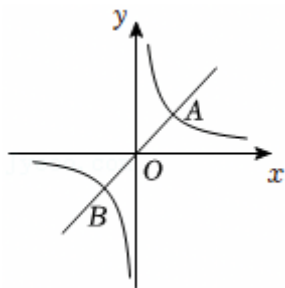
图 ②

11. (3分) 草莓熟了，学校组织同学们参加劳动实践，帮助果农采摘草莓。小康和小悦采摘的时长相同，采摘结束后，小康采摘的草莓比小悦多 2.4kg 。已知小康平均每小时采摘 6kg ，小悦平均每小时采摘 4kg ，小康采摘的时长是 _____ 小时。

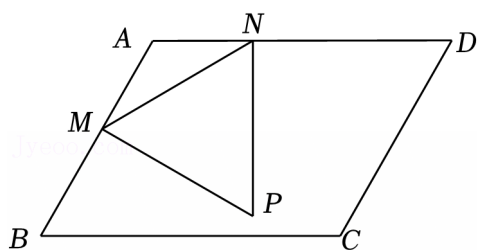
12. (3分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，， $\angle CDB = 24^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数为 _____。



13. (3分) 如图, 过原点的直线与反比例函数的图象交于 $A(m, n)$, $B(m-6, n-6)$ 两点, 则 k 的值为 _____.

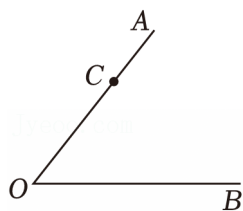


14. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$, $\angle B=60^\circ$. 动点 M , N 分别在边 AB , AD 上, 且 $AM=AN$, 以 MN 为边作等边 $\triangle MNP$, 使点 P 始终在 $\square ABCD$ 的内部或边上. 当 $\triangle MNP$ 的面积最大时, DN 的长为 _____.

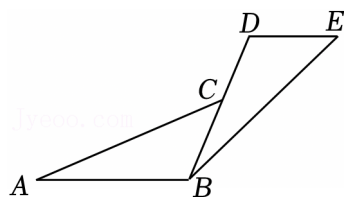


三、解答题 (共12小题, 计78分. 解答应写出过程)

15. (5分) 计算: .
16. (5分) 解不等式组: .
17. (5分) 化简: .
18. (5分) 如图, 已知 $\angle AOB=50^\circ$, 点 C 在边 OA 上. 请用尺规作图法, 在 $\angle AOB$ 的内部求作一点 P , 使得 $\angle AOP=25^\circ$, 且 $CP \parallel OB$. (保留作图痕迹, 不写作法)



19. (5分) 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 延长线上一点, $BD=AB$, $DE \parallel AB$, $DE=BC$. 求证: $BE=AC$.



20. (5分) 某班开展主题为“我爱陕西”的综合实践活动, 班委会决定设置“山水”“历史”“文学”“艺术”“科技” (分别记作 A, B, C, D, E) 共五个研究方向, 并采取小组合作的研究方式. 同

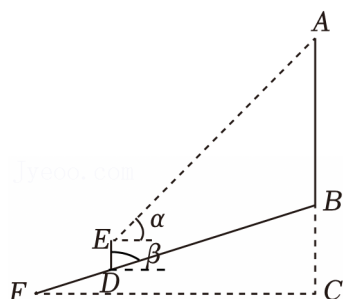
学们在五张完全相同的不透明卡片的正面绘制了如图所示的图案，卡片背面保持完全相同。



(1) 将这五张卡片背面朝上洗匀后，从中随机抽取一张，抽到的卡片内容是“科技”的概率为 ；

(2) 各小组从这五张卡片中随机抽取一张，将卡片内容作为本小组的研究方向。将这五张卡片背面朝上洗匀后，小秦代表第一小组从中随机抽取一张，记下结果，放回，背面朝上洗匀后，小博代表第二小组从中随机抽取一张。请用列表或画树状图的方法，求这两个小组研究方向不同的概率。

21. (6分) 小涵和小宇想测量公园山坡上一个信号杆的高度。在征得家长同意后，他们带着工具前往测量。测量示意图如图所示，他们在坡面 FB 上的点 D 处安装测角仪 DE ，测得信号杆顶端 A 的仰角 α 为 45° ， DE 与坡面的夹角 β 为 72.5° ，又测得点 D 与信号杆底端 B 之间的距离 DB 为 $22m$ 。已知 $DE=1.7m$ ，点 A, B, C 在同一条直线上， AB, DE 均与水平线 FC 垂直。求信号杆的高 AB 。（参考数据： $\sin 72.5^\circ \approx 0.95$ ， $\cos 72.5^\circ \approx 0.30$ ， $\tan 72.5^\circ \approx 3.17$ ）



22. (7分) 研究表明，一定质量的气体，在压强不变的条件下，气体体积 y (L) 与气体温度 x ($^\circ\text{C}$) 成一次函数关系。某实验室在压强不变的条件下，对一定质量的某种气体进行加热，测得的部分数据如表：

气体温度 x ($^\circ\text{C}$)	...	25	30	35	...
气体体积 y (L)	...	596	606	616	...

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 为满足下一步的实验需求，本次实验要求气体体积达到 $700L$ 时停止加热。求停止加热时的气体

温度.

23. (7分) 为了让同学们了解我国航天事业取得的成就并普及航天知识, 某校在“中国航天日”当天开展了研学活动, 随后采取自愿报名的方式, 组织了航天知识竞赛. 竞赛结束后, 从竞赛成绩(单位: 分满分100分均不低于60分) 中用科学的抽样方法随机抽取部分成绩, 并进行整理, 绘制了如下统计图.

其中B组共有15个成绩, 从高到低分别为: 89, 88, 88, 86, 85, 85, 85, 85, 84, 83, 81, 81, 80, 80, 80.

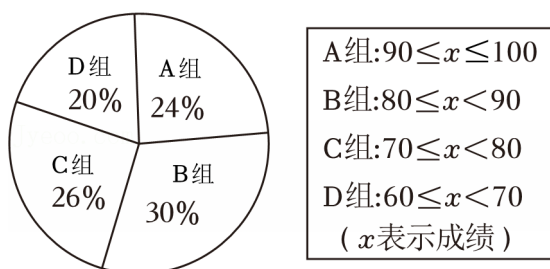
根据以上信息, 解答下列问题:

(1) B组15个成绩的平均数为 _____ 分;

(2) 本次被抽取的所有成绩的个数为 _____, 本次被抽取的所有成绩的中位数为 _____ 分;

(3) 学校决定对本次竞赛成绩90分及以上的学生进行奖励, 该校共有500名学生参加竞赛, 请估计本次竞赛的获奖人数.

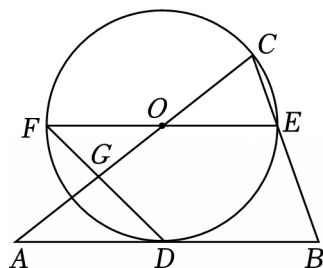
抽取的成绩统计图



24. (8分) 如图, 点O在 $\triangle ABC$ 的边AC上, 以OC为半径的 $\odot O$ 与AB相切于点D, 与BC相交于点E, EF为 $\odot O$ 的直径, FD与AC相交于点G, $\angle F = 45^\circ$.

(1) 求证: $AB = AC$;

(2) 若, $AB = 8$, 求DG的长.

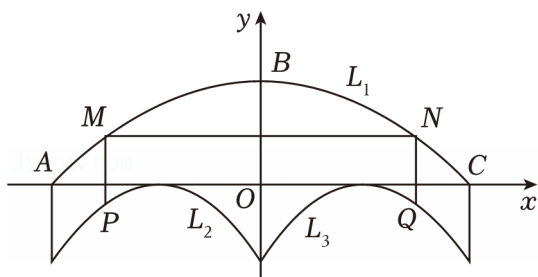


25. (8分) 某景区大门上半部分的截面示意图如图所示, 顶部 L_1 , 左、右门洞 L_2 , L_3 均呈抛物线型, 水平横梁 $AC = 16m$, L_1 的最高点B到AC的距离 $BO = 4m$, L_2 , L_3 关于BO所在直线对称. MN , MP , NQ 为

框架，点 M ， N 在 L_1 上，点 P ， Q 分别在 L_2 ， L_3 上， $MN \parallel AC$ ， $MP \perp AC$ ， $NQ \perp AC$ ．以 O 为原点，以 AC 所在直线为 x 轴，以 BO 所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系．

(1) 求抛物线 L_1 的函数表达式；

(2) 已知抛物线 L_3 的函数表达式为，，求 MN 的长．



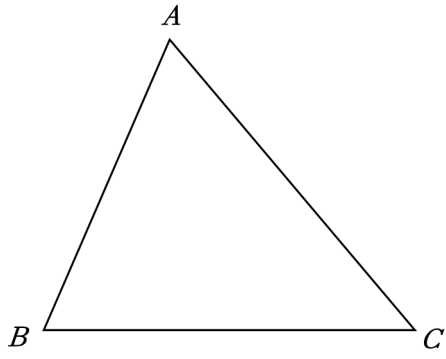
26. (12分) 问题探究

(1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 中，请画出一个 $\square BDEF$ ，使得点 D ， E ， F 分别在边 AB ， AC ， BC 上；

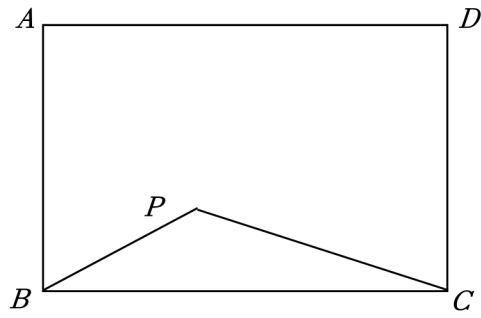
(2) 如图②，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=6$ ， P 为矩形 $ABCD$ 内一点，且满足 $S_{\triangle BPC}=9$ ， $\triangle BPC$ 周长的最小值；

问题解决

(3) 为了进一步提升游客的体验感，某公园管理部门准备在花海边沿与游客服务中心之间的草地上选址修建一条笔直的步道及一个观景台．如图③所示， $\triangle ABC$ 区域为草地，线段 BC 为花海边沿，点 A 为游客服务中心，线段 PQ 为步道，点 P 和点 Q 为步道口，点 O 为观景台．按照设计要求，点 P ， Q 分别在边 AB ， AC 上，且满足 $BP:AQ=2:3$ ， O 为 PQ 的中点，为保证观赏花海的最佳效果，还需使 $\angle BOC$ 最大．已知 $AB=120m$ ， $AC=BC=180m$ ，请你帮助公园管理部门确定观景台的位置（在图中画出符合条件的点），并计算此时步道口 P 与游客服务中心 A 之间的距离 PA ．（步道的宽及步道口、观景台、游客服务中心的大小均忽略不计）

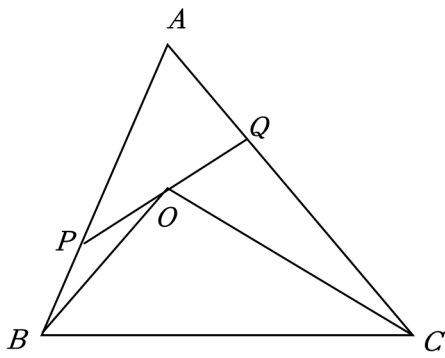


图①

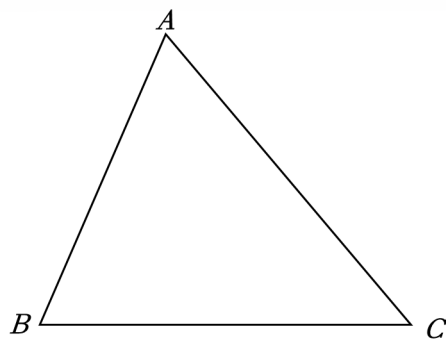


图②

jyeoo.com



图③



备用图

2025年陕西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单选题(共8小题，每小题3分，计24分．每小题只有一个选项是符合题意的)

1. (3分) 计算： $-5+4=$ ()

- A. 1 B. -1 C. 9 D. -9

【分析】根据绝对值不相等的异号两数相加的运算法则计算即可．

【解答】解： $-5+4=- (5-4)=-1$ ，

故选：B．

【点评】本题考查了有理数的加法，熟练掌握运算法则是解题的关键．

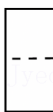
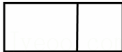
2. (3分) 上马石是古人上下马的工具，形状如图①．它可以看作图②所示的几何体，该几何体的俯视图为 ()



图①



图②

- A.  B.  C.  D. 

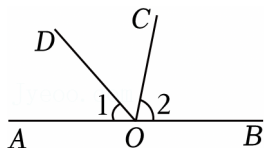
【分析】根据简单几何体的三视图进行判断即可．

【解答】解：从上面看这个几何体，可得选项D的图形．

故选：D．

【点评】本题考查简单组合体的三视图，理解视图的意义是正确判断的前提．

3. (3分) 如图，点O在直线AB上，OD平分 $\angle AOC$ ．若 $\angle 1=52^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 76° B. 74° C. 64° D. 52°

【分析】由角平分线的定义得到 $\angle AOC=2\angle 1=104^\circ$ ，由邻补角的性质即可求出 $\angle 2$ 的度数．

【解答】解： $\because OD$ 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOC=2\angle 1=2\times 52^\circ=104^\circ,$$

$$\therefore \angle 2=180^\circ-\angle AOC=76^\circ.$$

故选：A.

【点评】本题考查角平分线的定义，余角和补角，关键是由角平分线的定义得到 $\angle AOC=2\angle 1$.

4. (3分) 计算 $2a^2 \cdot ab$ 的结果为 ()

- A. $4a^2b$ B. $4a^3b$ C. $2a^2b$ D. $2a^3b$

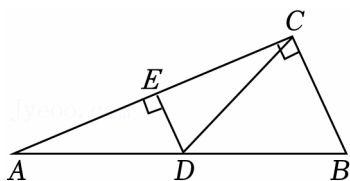
【分析】根据单项式乘单项式的运算法则计算即可.

【解答】解： $2a^2 \cdot ab = 2a^3b$.

故选：D.

【点评】本题考查了单项式乘单项式，掌握单项式乘单项式的运算法则是解题的关键.

5. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=20^\circ$ ， CD 为 AB 边上的中线， $DE \perp AC$ ，则图中与 $\angle A$ 互余的角共有 ()



- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【分析】由直角三角形斜边中线的性质推出 $CD=AD=BD$ ，推出 $\angle B=\angle BCD$ ， $\angle ADE=\angle CDE$ ，而 $\angle A+\angle ADE=90^\circ$ ， $\angle A+\angle B=90^\circ$ ，即可得到答案.

【解答】解： $\because \angle ACB=90^\circ$ ， CD 为 AB 边上的中线，

$\therefore CD=AD=BD$,

$\therefore \angle B=\angle BCD$,

$\therefore \angle ADE=\angle CDE$,

$\because \angle A+\angle ADE=90^\circ$ ， $\angle A+\angle B=90^\circ$ ，

$\therefore$ 图中与 $\angle A$ 互余的角共有4个.

故选：C.

【点评】本题考查直角三角形斜边的中线，余角和补角，关键是由直角三角形斜边中线的性质推出 $CD=AD=BD$ ，掌握余角的概念.

6. (3分) 在平面直角坐标系中，过点 $(1, 0)$ ， $(0, 2)$ 的直线向上平移3个单位长度，平移后的直线经过的点的坐标可以是 ()

- A. (1, -3) B. (1, 3) C. (-3, 2) D. (3, 2)

【分析】根据题意，求出过点(1, 0)，(0, 2)的直线解析式，再结合“上加下减”的平移法则，求出平移后的直线解析式，据此进行判断即可.

【解答】解：令过点(1, 0)，(0, 2)的直线解析式为 $y=kx+b$ ，
则，

解得，

所以直线的解析式为 $y=-2x+2$ ，

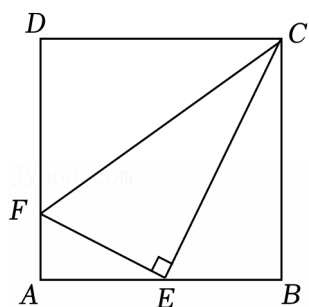
则向上平移3个单位长度后，所得直线的解析式为 $y=-2x+5$ ，

显然只有B选项符合题意.

故选：B.

【点评】本题主要考查了坐标与图形变化 - 平移，熟知“上加下减”的平移法则是解题的关键.

7. (3分) 如图，正方形ABCD的边长为4，点E为AB的中点，点F在AD上， $EF \perp EC$ ，则 $\triangle CEF$ 的面积为 ()



- A. 10 B. 8 C. 5 D. 4

【分析】根据正方形性质及勾股定理求出 $AE=BE=2$ ， CE ，证明 $\triangle BCE$ 和 $\triangle AEF$ 相似得 EF ，再根据三角形的面积公式即可得出 $\triangle CEF$ 的面积.

【解答】解： $\because$ 四边形ABCD是正方形，且边长为4，

$$\therefore AB=BC=4, \angle A=\angle B=90^\circ,$$

$\because$ 点E是AB的中点，

$$\therefore AE=BE=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，由勾股定理得： CE ，

$$\angle A=\angle B=90^\circ, EF \perp EC,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle BEC = 90^\circ, \angle AEF + \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle AEF,$$

$$\therefore \triangle BCE \sim \triangle AEF,$$

$\therefore$,

$$\therefore EF,$$

$$\therefore \triangle CEF \text{ 的面积为: } CE \cdot EF5.$$

故选: C.

【点评】此题主要考查了正方形的性质, 三角形的面积, 理解正方形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质, 三角形的面积公式是解决问题的关键.

8. (3分) 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a - 3$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴有两个交点, 且这两个交点分别位于 y 轴两侧, 则下列关于该函数的结论正确的是 ()

- A. 图象的开口向下
- B. 当 $x > 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大
- C. 函数的最小值小于 -3
- D. 当 $x = 2$ 时, $y < 0$

【分析】由二次函数图象与 x 轴有两个交点且位于 y 轴两侧, 说明对应方程的两根异号, 即常数项与二次项系数符号相反, 结合开口方向、顶点坐标及特定点函数值分析选项即可.

【解答】解: 由题意可得,

$$\because \text{方程 } ax^2 - 2ax + a - 3 = 0 \text{ 的两根异号,}$$

$\therefore$,

$$\text{解得 } 0 < a < 3,$$

$\therefore$ 二次项系数 $a > 0$, 开口向上, 故 A 不符合题意;

$$\because y = ax^2 - 2ax + a - 3 \text{ (} a \neq 0 \text{)} \text{ 的对称轴为直线,}$$

$\therefore$ 当 $x > 1$ 时, y 随 x 增大而增大, 故 B 不符合题意;

$$\because \text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = -3,$$

$\therefore$ 最小值为 -3, 故 C 不符合题意;

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = 4a - 4a + a - 3 = a - 3,$$

$$\because 0 < a < 3,$$

$\therefore$ 此时 $y < 0$, 故 D 符合题意;

故选: D.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与性质, 掌握其性质是解题的关键.

二、填空题 (共6小题, 每小题3分, 计18分)

9. (3分) 满足的整数 a 可以是 3 (答案不唯一) (写出一个符合题意的数即可) .

【分析】先估算的取值范围，即可找出一个符合条件的整数 a 的值即可.

【解答】解：∵，

∴，

∴， a 为整数，

∴ a 可以是3 (答案不唯一)，

故答案为：3 (答案不唯一) .

【点评】本题考查了估算无理数的大小，熟练掌握夹逼法是解题的关键.

10. (3分) 生活中常按图①的方式砌墙，小华模仿这样的方式，用全等的矩形按规律设计图案，如图②，第1个图案用了3个矩形，第2个图案用了5个矩形，第3个图案用了7个矩形，…则第10个图案需要用矩形的个数为 21 .

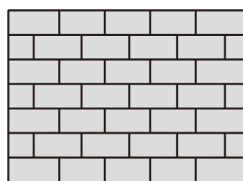
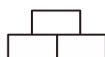


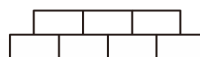
图 ①



第 1 个



第 2 个



第 3 个

图 ②

【分析】根据图形的变化情况得出规律，即可解决问题.

【解答】解：观察图形可知，第1个图案用了3个矩形，即 $3=2\times 1+1$ ，

第2个图案用了5个矩形，即 $5=2\times 2+1$ ，

第3个图案用了7个矩形，即 $7=2\times 3+1$ ，

...

第 n 个图案用了 $(2n+1)$ 个矩形，

∴第10个图案需要用矩形的个数为 $2\times 10+1=21$ (个)，

故答案为：21.

【点评】本题考查了规律型：图形的变化类，观察图形的变化，找出规律是解题的关键.

11. (3分) 草莓熟了，学校组织同学们参加劳动实践，帮助果农采摘草莓. 小康和小悦采摘的时长相同，采摘结束后，小康采摘的草莓比小悦多 2.4kg . 已知小康平均每小时采摘 6kg ，小悦平均每小时采摘 4kg ，小康采摘的时长是 1.2 小时.

【分析】利用小康采摘的草莓比小悦多 2.4kg 得出等式求出答案.

【解答】解：设小康和小悦采摘了 x 小时，

依题意： $6x - 4x = 2.4$ ，

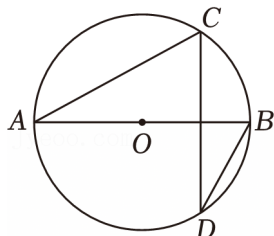
解得： $x=1.2$ ，

因此，小康采摘了1.2小时，

故答案为： 1.2.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的应用，根据采摘的质量得出等式是解题关键.

12. (3分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\angle CDB=24^\circ$ ， 则 $\angle ACD$ 的度数为 66° .



【分析】连接 BC ，如图，先利用圆周角定理得到 $\angle BCD = \angle CDB = 24^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，然后利用互余计算出 $\angle ACD$ 的度数.

【解答】解：连接 BC ，如图，

$\therefore$ ，

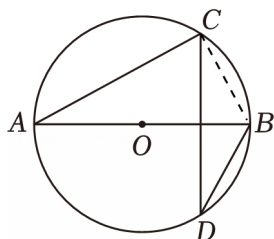
$\therefore \angle BCD = \angle CDB = 24^\circ$ ，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

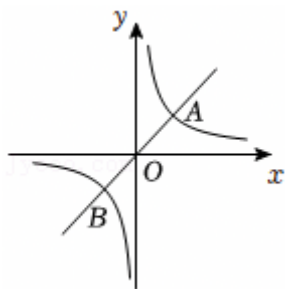
$\therefore \angle ACD = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$.

故答案为： 66° .



【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半；半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径.

13. (3分) 如图，过原点的直线与反比例函数的图象交于 $A(m, n)$ ， $B(m-6, n-6)$ 两点，则 k 的值为 9 .



【分析】先根据题意得出 $-m=m-6$ ， $-n=n-6$ ，解得 $m=3$ ， $n=3$ ，即 $A(3, 3)$ ，再把 $A(3, 3)$ 代入进行计算，即可作答。

【解答】解：∵过原点的直线与反比例函数的图象交于 $A(m, n)$ ， $B(m-6, n-6)$ 两点，
∴ $A(m, n)$ ， $B(m-6, n-6)$ 两点关于原点 O 对称，

即 A 的横坐标与 B 的横坐标互为相反数， A 的纵坐标与 B 的纵坐标互为相反数，

$$\therefore -m=m-6, \quad -n=n-6,$$

$$\therefore m=3, \quad n=3,$$

$$\therefore A(3, 3),$$

把 $A(3, 3)$ 代入，

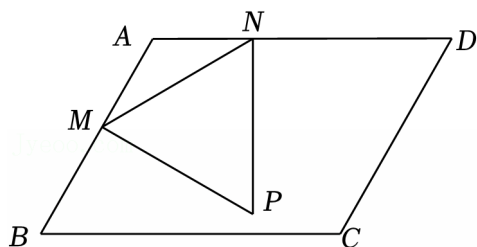
得，

解得 $k=9$ ，

故答案为：9。

【点评】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，求反比例函数的解析式，关于原点对称的点的性质，掌握以上性质是解题的关键。

14. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $AD=8$ ， $\angle B=60^\circ$ 。动点 M ， N 分别在边 AB ， AD 上，且 $AM=AN$ ，以 MN 为边作等边 $\triangle MNP$ ，使点 P 始终在 $\square ABCD$ 的内部或边上。当 $\triangle MNP$ 的面积最大时， DN 的长为 5。



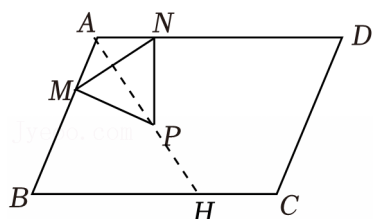
【分析】由题意可得 $AM=AN$ ， $MP=NP$ ，则点 P 在 AH 上运动，由点 P 始终在 $\square ABCD$ 的内部或边上。则 AP 的最大值为 AH 的长，通过证明 $\triangle ABH$ 是等边三角形，可得 $AB=AH=6$ ，即可求解。

【解答】解：如图，连接 AP ，并延长交 BC 于 H ，

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle B=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 120^\circ$,
 $\because \triangle MNP$ 是等边三角形,
 $\therefore MP = PN$, $\angle PMN = \angle PNM = 60^\circ$, $\triangle MNP$ 的面积 MP^2 ,
 $\because AM = AN$, $AP = AP$,
 $\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP$ (SSS),
 $\therefore \angle BAP = \angle DAP = 60^\circ$, $\angle APM = \angle APN = 30^\circ$,
 $\therefore \angle AMP = 90^\circ$,
 $\therefore MP \perp AM$, $AP = 2AM$,
 $\therefore MP \perp AP$,
 $\therefore \triangle MNP$ 的面积 AP^2 ,
 $\therefore$ 当 AP 最大时, $\triangle MNP$ 的面积最大,
 $\because \angle B = \angle BAH = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle ABH$ 是等边三角形,
 $\therefore AB = AH = 6$,
 $\because AM = AN$, $MP = NP$,
 $\therefore$ 点 P 在 AH 上运动,
 $\because$ 点 P 始终在 $\square ABCD$ 的内部或边上.
 $\therefore AP$ 的最大值为 AH 的长,
 即 $AP = 6$,
 $\therefore AM = AN = 3$,
 $\therefore DN = 5$,

故答案为: 5.



【点评】 本题考查了等边三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 平行四边形的性质, 锐角三角函数等知识点, 确定点 P 的轨迹是解题的关键.

三、解答题 (共12小题, 计78分. 解答应写出过程)

15. (5分) 计算: .

【分析】根据零指数幂的性质，先算乘方，再根据二次根式的乘法法则计算乘法，最后算加减即可．

【解答】解：原式

$$=6+2-1$$

$$=7.$$

【点评】本题主要考查了实数的运算，解题关键是熟练掌握零指数幂的性质、二次根式的乘法法则和绝对值的性质．

16. （5分）解不等式组：.

【分析】先解出每个不等式的解集，即可得到不等式组的解集．

【解答】解：，

解不等式①，得： $x < 2$ ，

解不等式②，得： $x > -3$ ，

∴原不等式组的解集为 $-3 < x < 2$ ．

【点评】本题考查解一元一次不等式组，解答本题的关键是明确解一元一次不等式（组）的方法．

17. （5分）化简：.

【分析】先通分，同时将除法转化为乘法，然后约分即可．

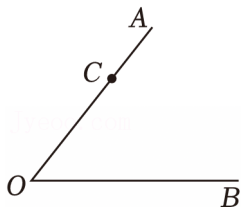
【解答】解：

•
•

$$=x+2.$$

【点评】本题考查分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键．

18. （5分）如图，已知 $\angle AOB = 50^\circ$ ，点C在边OA上．请用尺规作图法，在 $\angle AOB$ 的内部求作一点P，使得 $\angle AOP = 25^\circ$ ，且 $CP \parallel OB$ ．（保留作图痕迹，不写作法）



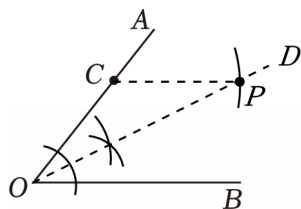
【分析】先作 $\angle AOB$ 的平分线，再以点C为圆心，OC的长为半径画弧，交射线OD于点P，则点P即为所求．

【解答】解：如图，先作 $\angle AOB$ 的平分线，再以点C为圆心，OC的长为半径画弧，交射线OD于点P，

$\therefore 25^\circ$,

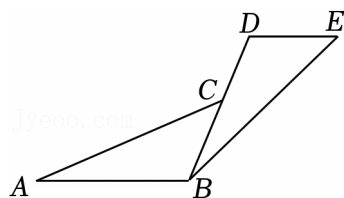
$\therefore \angle AOP = 25^\circ$, $CP \parallel OB$,

则点 P 即为所求.



【点评】本题考查作图—复杂作图、平行线的性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

19. (5分) 如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 延长线上一点， $BD = AB$ ， $DE \parallel AB$ ， $DE = BC$. 求证： $BE = AC$.



【分析】由 $DE \parallel AB$ ，得 $\angle D = \angle ABC$ ，而 $BD = AB$ ， $DE = BC$ ，即可根据“SAS”证明 $\triangle BDE \cong \triangle ABC$ ，则 $BE = AC$.

【解答】证明： $\because$ 点 D 是 BC 延长线上一点， $DE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle D = \angle ABC$ ，

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ABC$ 中，

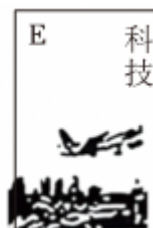
，

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ABC$ (SAS)，

$\therefore BE = AC$.

【点评】此题重点考查平行线的性质、全等三角形的判定与性质等知识，推导出 $\angle D = \angle ABC$ ，进而证明 $\triangle BDE \cong \triangle ABC$ 是解题的关键.

20. (5分) 某班开展主题为“我爱陕西”的综合实践活动，班委会决定设置“山水”“历史”“文学”“艺术”“科技”（分别记作 A, B, C, D, E ）共五个研究方向，并采取小组合作的研究方式. 同学们在五张完全相同的不透明卡片的正面绘制了如图所示的图案，卡片背面保持完全相同.



(1) 将这五张卡片背面朝上洗匀后，从中随机抽取一张，抽到的卡片内容是“科技”的概率为 _____ ；

(2) 各小组从这五张卡片中随机抽取一张，将卡片内容作为本小组的研究方向。将这五张卡片背面朝上洗匀后，小秦代表第一小组从中随机抽取一张，记下结果，放回，背面朝上洗匀后，小博代表第二小组从中随机抽取一张。请用列表或画树状图的方法，求这两个小组研究方向不同的概率。

【分析】(1) 直接由概率公式求解即可；

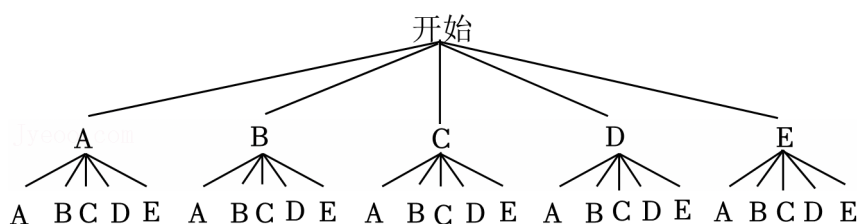
(2) 画树状图，共有25种等可能的结果，其中这两个小组研究方向不同的结果有20种，再由概率公式求解即可。

【解答】解：(1) $\because$ 设置“山水”“历史”“文学”“艺术”“科技”（分别记作 A, B, C, D, E ）共五个研究方向，

$\therefore$ 从中随机抽取一张，抽到的卡片内容是“科技”的概率为，

故答案为：；

(2) 画树状图如下：

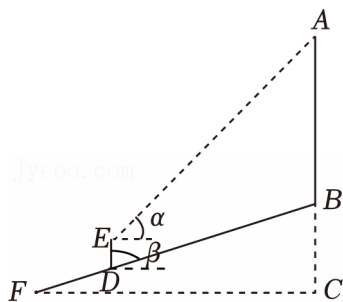


共有25种等可能的结果，其中这两个小组研究方向不同的结果有20种，

$\therefore$ 这两个小组研究方向不同的概率为。

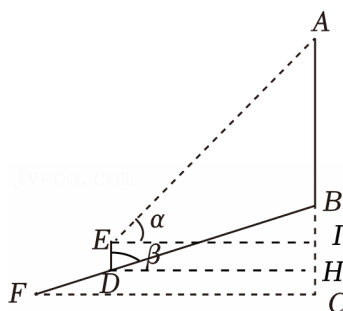
【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率。列表法或树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件。用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比。

21. (6分) 小涵和小宇想测量公园山坡上一个信号杆的高度。在征得家长同意后，他们带着工具前往测量。测量示意图如图所示，他们在坡面 FB 上的点 D 处安装测角仪 DE ，测得信号杆顶端 A 的仰角 α 为 45° ， DE 与坡面的夹角 β 为 72.5° ，又测得点 D 与信号杆底端 B 之间的距离 DB 为 $22m$ 。已知 $DE = 1.7m$ ，点 A, B, C 在同一条直线上， AB, DE 均与水平线 FC 垂直。求信号杆的高 AB 。（参考数据： $\sin 72.5^\circ \approx 0.95$ ， $\cos 72.5^\circ \approx 0.30$ ， $\tan 72.5^\circ \approx 3.17$ ）



【分析】理解题意，得出 $\angle DBH = \angle BDE = 72.5^\circ$ ，再在 $\text{Rt}\triangle DBH$ 中，运用 $HD = BD \times \sin 72.5^\circ$ ， $BH = BD \times \cos 72.5^\circ$ ，代入数值进行计算，得出 HD ， BH 的值，然后证明四边形 $EDHI$ 是矩形，故 $EI = HD = 20.9\text{m}$ ，根据 $\angle AEI = 45^\circ$ ， $\angle AIE = 90^\circ$ ，得 $\angle EAI = 45^\circ$ ， $AI = EI = 20.9\text{m}$ ，把数值代入 $AB = AI + IH - BH$ 进行计算，即可作答。

【解答】解：过点 E 作 $EI \perp AC$ 于点 I ，过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H ，如图所示：



$\because AB, DE$ 均与水平线 FC 垂直，

$\therefore DE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle DBH = \angle BDE = 72.5^\circ$ ，

$\because DH \perp AC$ ，

$\therefore \angle DHI = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DBH$ 中，，

则 $HD = BD \times \sin 72.5^\circ = 22 \times 0.95 = 20.9$ （ m ），

在 $\text{Rt}\triangle DBH$ 中， $BD = 22\text{m}$ ，，

则 $BH = BD \times \cos 72.5^\circ = 22 \times 0.30 = 6.6$ （ m ），

$\because$ 过点 E 作 $EI \perp AC$ 于点 I ，过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H ， $DE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle EDH = \angle DHI = \angle HIE = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $EDHI$ 是矩形，

$\therefore EI = HD = 20.9\text{m}$ ，

$\therefore \angle AEI = 45^\circ$ ， $\angle AIE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAI = 45^\circ,$$

$$\therefore AI = EI = 20.9m,$$

$$\therefore AB = AI + IH - BH = 20.9 + 1.7 - 6.6 = 16 (m),$$

信号杆的高 AB 为 $16m$.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，三角形内角和性质，矩形的判定与性质，等角对等边，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

22. (7分) 研究表明，一定质量的气体，在压强不变的条件下，气体体积 y (L) 与气体温度 x ($^\circ\text{C}$) 成一次函数关系. 某实验室在压强不变的条件下，对一定质量的某种气体进行加热，测得的部分数据如表：

气体温度 x ($^\circ\text{C}$)	...	25	30	35	...
气体体积 y (L)	...	596	606	616	...

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 为满足下一步的实验需求，本次实验要求气体体积达到 $700L$ 时停止加热. 求停止加热时的气体温度.

【分析】(1) 根据变量的变化规律解答即可；

(2) 当 $y=700$ 时，求出对应 x 的值即可.

【解答】解：(1) 根据表格，气体温度升高 1°C ，气体体积增大 $2L$ ，则 $y = 596 + 2(x - 25) = 2x + 546$ ，
 $\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = 2x + 546$.

(2) 当 $y=700$ 时，得 $2x + 546 = 700$ ，

解得 $x = 77$.

答：停止加热时的气体温度为 77°C .

【点评】本题考查一次函数的应用，根据变量的变化规律写出 y 与 x 的函数关系式是解题的关键.

23. (7分) 为了让同学们了解我国航天事业取得的成就并普及航天知识，某校在“中国航天日”当天开展了研学活动，随后采取自愿报名的方式，组织了航天知识竞赛. 竞赛结束后，从竞赛成绩（单位：分满分100分均不低于60分）中用科学的抽样方法随机抽取部分成绩，并进行整理，绘制了如下统计图.

其中B组共有15个成绩，从高到低分别为：89，88，88，86，85，85，85，85，84，83，81，81，80，

80, 80.

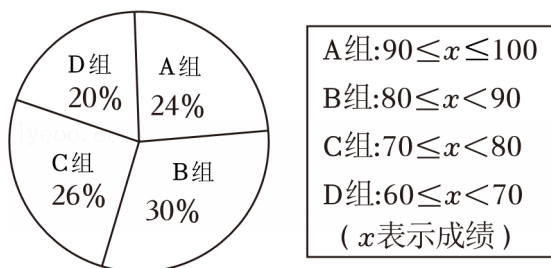
根据以上信息，解答下列问题：

(1) B组15个成绩的平均数为 84 分；

(2) 本次被抽取的所有成绩的个数为 50，本次被抽取的所有成绩的中位数为 80 分；

(3) 学校决定对本次竞赛成绩90分及以上的学生进行奖励，该校共有500名学生参加竞赛，请估计本次竞赛的获奖人数。

抽取的成绩统计图



【分析】(1) 根据加权平均数公式解答即可；

(2) 用B组的个数除以B组所占百分比可得样本容量，再根据中位数的意义解答即可；

(3) 用总人数乘样本中成绩90分及以上的学生的人数所占比例即可。

【解答】解：(1) B组15个成绩的平均数为：(3×80+2×81+83+84+4×85+86+2×88+89)=84(分)，

故答案为：84；

(2) 本次被抽取的所有成绩的个数为：15÷30%=50，

A组人数为：50×24%=12(个)，

把50个成绩从大到小排列，排在中间的两个数分别是80，80，

所以本次被抽取的所有成绩的中位数为：80(分)，

故答案为：50，80；

(3) 500×24%=120(人)，

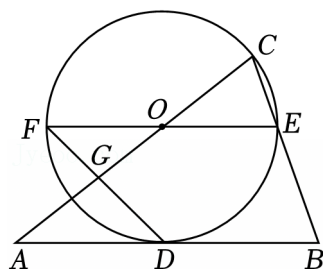
答：估计本次竞赛的获奖人数为120人。

【点评】本题考查了扇形统计图、用样本估计总体、中位数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

24. (8分) 如图，点O在△ABC的边AC上，以OC为半径的⊙O与AB相切于点D，与BC相交于点E，EF为⊙O的直径，FD与AC相交于点G，∠F=45°。

(1) 求证：AB=AC；

(2) 若，AB=8，求DG的长。



【分析】（1）连接 OD ，由 $\angle F=45^\circ$ ，得 $\angle DOE=2\angle F=90^\circ$ ，由切线的性质得 $AB\perp OD$ 于点 D ，则 $\angle ODA=\angle DOE=90^\circ$ ，所以 $AB\parallel OE$ ，因为 $OC=OE$ ，所以 $\angle B=\angle OEC=\angle C$ ，则 $AB=AC$ ；

（2）由 $\sin A$ ，得 OA ，因为 $OF=OC=OD$ ， $OA+OC=AC=AB=8$ ，所以 $OD+OD=8$ ，则 $OF=OD=3$ ，求得 $OA=5$ ， $DF=3$ ，则 $AD=4$ ，由 $AD\parallel OF$ ，证明 $\triangle AGD\sim\triangle OGF$ ，则，求得 DG 。

【解答】（1）证明：连接 OD ，

$$\because \angle F=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE=2\angle F=90^\circ,$$

$$\because \odot O \text{ 与 } AB \text{ 相切于点 } D,$$

$$\therefore AB\perp OD \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore \angle ODA=\angle DOE=90^\circ,$$

$$\therefore AB\parallel OE,$$

$$\because OC=OE,$$

$$\therefore \angle B=\angle OEC=\angle C,$$

$$\therefore AB=AC.$$

（2）解： $\because \sin A$ ，

$$\therefore OA=5,$$

$$\because OF=OC=OD, OA+OC=AC=AB=8, \angle DOF=90^\circ,$$

$$\therefore OD+OD=8,$$

$$\therefore OF=OD=3,$$

$$\therefore OA=5, DF=3,$$

$$\therefore AD=4,$$

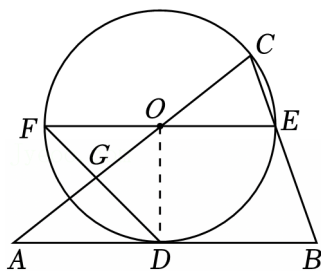
$$\because AD\parallel OF,$$

$$\therefore \triangle AGD\sim\triangle OGF,$$

$$\therefore,$$

$$\therefore DG=2, DF=3,$$

$\therefore DG$ 的长是.

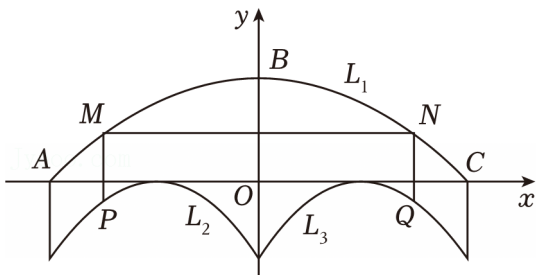


【点评】此题重点考查圆周角定理、切线的性质、平行线的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、解直角三角形等知识，正确地添加辅助线是解题的关键.

25. (8分) 某景区大门上半部分的截面示意图如图所示, 顶部 L_1 , 左、右门洞 L_2 , L_3 均呈抛物线型, 水平横梁 $AC=16m$, L_1 的最高点 B 到 AC 的距离 $BO=4m$, L_2 , L_3 关于 BO 所在直线对称. MN , MP , NQ 为框架, 点 M , N 在 L_1 上, 点 P , Q 分别在 L_2 , L_3 上, $MN \parallel AC$, $MP \perp AC$, $NQ \perp AC$. 以 O 为原点, 以 AC 所在直线为 x 轴, 以 BO 所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系.

(1) 求抛物线 L_1 的函数表达式;

(2) 已知抛物线 L_3 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ ，求 MN 的长.



【分析】 (1) 理解题意, 先设抛物线 L_1 的函数表达式为 $y=a(x-0)^2+4$, 结合二次函数的对称性得 $A(-8, 0)$, $C(8, 0)$, 再代入 $y=a(x-0)^2+4$ 进行求解, 即可作答;

(2) 理解题意, 得出, 再结合抛物线 L_1L_3 的函数表达式分别为 y , 代入 $y=y_N - y_Q=2$, 整理得 $x^2 - 12x+36=(x-6)^2=0$, 再解方程, 可作答.

【解答】解: (1) $\because BO=4m$,

$\therefore$ 抛物线 L_1 的顶点 B 坐标为 $(0, 4)$,

设抛物线 L_1 的函数表达式为 $y=a(x-0)^2+4$,

$$\therefore AC = 16m,$$

结合二次函数的对称性得 $A(-8, 0)$, $C(8, 0)$,

将 $C(8, 0)$ 代入 $y = a(x - 0)^2 + 4$,

得 $0=64a+4$,

则，

$\therefore$;

(2) 由 (1) 得抛物线 L_1 的函数表达式，

$\because MN \parallel AC, MP \perp AC, NQ \perp AC$ ，且抛物线 L_3 的函数表达式为，

$\therefore$ ，

整理得 $x^2 - 3(x - 4)^2 = 24$ ，

$\therefore x^2 - 3x^2 + 24x - 48 = 24$ ，

$\therefore x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2 = 0$ ，

解得 $x_1 = x_2 = 6$ ，

$\therefore MN = 2 \times 6 = 12 (m)$ 。

【点评】 本题考查了二次函数的图象性质，二次函数的解析式，因式分解法进行解方程，正确掌握相关性质内容是解题的关键。

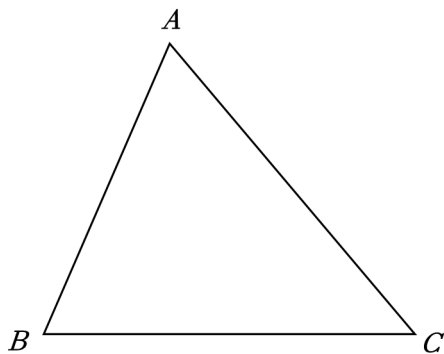
26. (12分) 问题探究

(1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 中，请画出一个 $\square BDEF$ ，使得点 D, E, F 分别在边 AB, AC, BC 上；

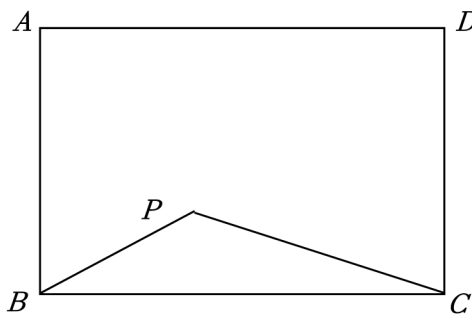
(2) 如图②，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4, BC=6$ ， P 为矩形 $ABCD$ 内一点，且满足 $S_{\triangle BPC}=9$ ， $\triangle BPC$ 周长的最小值；

问题解决

(3) 为了进一步提升游客的体验感，某公园管理部门准备在花海边沿与游客服务中心之间的草地上选址修建一条笔直的步道及一个观景台。如图③所示， $\triangle ABC$ 区域为草地，线段 BC 为花海边沿，点 A 为游客服务中心，线段 PQ 为步道，点 P 和点 Q 为步道口，点 O 为观景台。按照设计要求，点 P, Q 分别在边 AB, AC 上，且满足 $BP:AQ=2:3$ ， O 为 PQ 的中点，为保证观赏花海的最佳效果，还需使 $\angle BOC$ 最大。已知 $AB=120m, AC=BC=180m$ ，请你帮助公园管理部门确定观景台的位置（在图中画出符合条件的点），并计算此时步道口 P 与游客服务中心 A 之间的距离 PA 。（步道的宽及步道口、观景台、游客服务中心的大小均忽略不计）

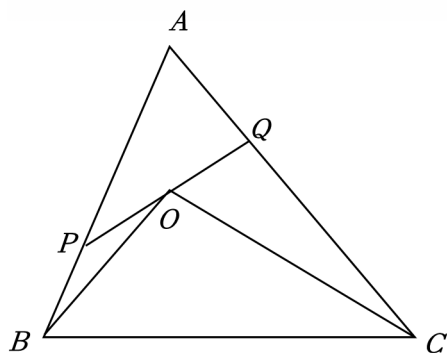


图①

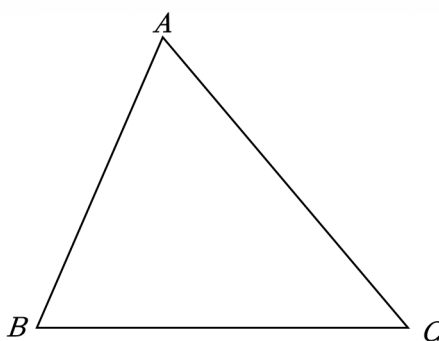


图②

jyeoo.com



图③



备用图

【分析】（1）先作 $\angle ADE = \angle B$ ，DE交AC于点E，得出 $DE \parallel BF$ ，再以点B为圆心，以DE的长为半径画弧，交线段BC于一点F，连接EF，则 $DE = BF$ ，故四边形BDEF是平行四边形，即可作答；

（2）过P点作 $PH \perp BC$ 于点H，解得 $PH = 3$ ，故P在线段MN上运动的，整理 $C_{\triangle BPC} = BP + CP + 6$ ，经过分析当 $BP + CP$ 有最小值时，则 $\triangle BPC$ 的周长有最小值，即作B点关于MN的对称点B'，当B'，P，C三点共线时， $BP + CP$ 有最小值，即B'C的长，结合矩形的性质以及勾股定理列式计算，得，即可作答；

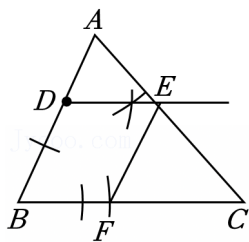
（3）取AB的中点M，取AC的中点N，连接MN，得MN是 $\triangle ABC$ 的中位线，再过点P作 $PD \parallel AC$ ，证明 $\triangle PBD \sim \triangle ABC$ ，整理，故 $AQ = PD$ ，再证明四边形APDQ是平行四边形，因为O是PQ的中点，得 $AO = OD$ ，证明 $\triangle ADH \sim \triangle ODE$ ，由题意得OE为定值，则点O在 $\triangle ABC$ 的中位线MN上运动，作 $\triangle BOC$ 的外接圆 $\odot T$ ，当且仅当 $\odot T$ 与MN相切时， $\angle BOC$ 的值最大，先得出， $CM \perp AB$ ，运用三角函数得，代入数值进行计算，即可作答。

【解答】解：（1）依题意，先作 $\angle ADE = \angle B$ ，DE交AC于点E，得出 $DE \parallel BF$ ，再以点B为圆心，以DE的长为半径画弧，交线段BC于一点F，连接EF，则 $DE = BF$ ，

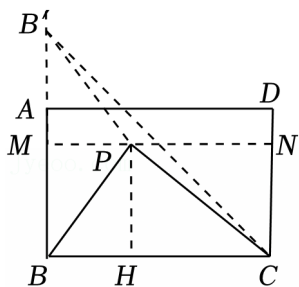
$\because DE \parallel BF$ ，

$\therefore$ 四边形BDEF是平行四边形，

即□BDEF如图所示:



(2) 如图, 过P点作 $PH \perp BC$ 于点H,



$$\because S_{\triangle BPC} = 9, BC = 6,$$

$\therefore$,

解得 $PH = 3$,

过点P作 $MN \parallel BC$ 且分别与AB, CD交于M, N, 即P在线段MN上运动的,

$$\text{则 } C_{\triangle BPC} = BP + CP + BC = BP + CP + 6,$$

当 $BP + CP$ 有最小值时, 则 $\triangle BPC$ 的周长有最小值,

作B点关于MN的对称点 B' ,

$$\therefore BM = B'M = 3, B'P = BP,$$

$$\therefore BP + CP = B'P + CP \geq B'C,$$

当 B', P, C 三点共线时, $BP + CP$ 有最小值, 即 $B'C$ 的长, 即 $\triangle BPC$ 的周长有最小值,

$\because$ 四边形ABCD是矩形,

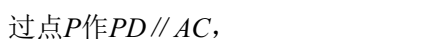
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BB'C$ 中, $B'B = 6, BC = 6$,

$\therefore$,

此时 $\triangle BPC$ 的周长;

(3) 如图, 取AB的中点M, 取AC的中点N, 连接MN,



过点 P 作 $PD \parallel AC$,

又 $\because \angle ABD = \angle PBD$,

∴, 即,

$$\therefore AQ = PD,$$

$\therefore$ 四边形 $APDQ$ 是平行四边形,

$\because O$ 是 PQ 的中点, 且四边形 $APDQ$ 是平行四边形,

$\therefore O$ 是 AD 的中点,

$$\therefore \angle AHD = \angle OED = 90^\circ,$$
$$\therefore \triangle ADH \sim \triangle ODE,$$
$$\because AB=120m, AC=BC=180m,$$

$\therefore AH$ 为定值,

$\therefore OE$ 为定值,

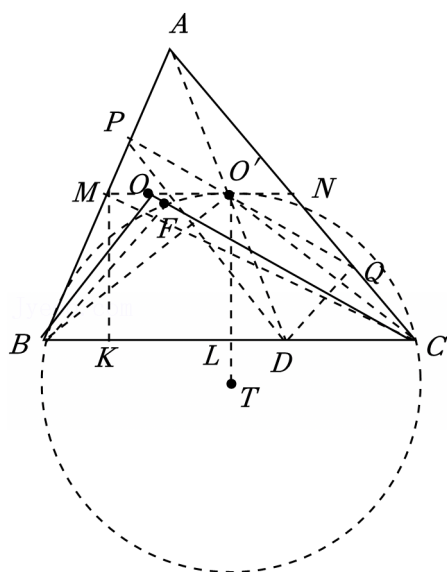
则点 O 在 $\triangle ABC$ 的中位线 MN 上运动, 作 $\triangle BOC$ 的外接圆 $\odot T$,

当且仅当 $\odot T$ 与 MN 相切时, $\angle BOC$ 的值最大,

$$\angle BO'C = \angle BFC = \angle BOC + \angle OBF,$$

故 $\angle BO'C = \angle BFC > \angle BOC$,

如图, 连接 CM , 作 $MK \perp BC$ 于点 K , $O'L \perp BC$ 于点 L , 连接 $O'T$, LT ,



$\because \odot T$ 与 MN 相切于点 O' ,

$$\therefore \angle MO'T = 90^\circ,$$

$\because O'L \perp BC$ 于点 L ,

$$\therefore \angle BLO' = 90^\circ,$$

$\because MN \parallel BC$,

$$\therefore \angle MO'L = 90^\circ.$$

故 O' , L , T 三点共线,

$$\therefore \angle BLT = 180^\circ - \angle BLO' = 90^\circ, \text{ 则 } BC \perp LT,$$

$\therefore$,

$\because BC = AC = 180m$, M 是 AB 的中点,

$$\therefore CM \perp AB,$$

$\therefore$,

即,

$$\therefore BK = 20 \text{ (m)},$$

$\therefore$,

$\because$ 点 M 是 AB 的中点 M , O 是 AD 的中点,

$\therefore MO$ 是三角形 ABD 的中位线,

$$\therefore BD = 2MO' = 140m, ,$$

$\therefore$

【点评】 本题考查了解直角三角形的相关运算，圆周角定理，相似三角形的判定与性质，中位线的判定与性质，矩形的判定与性质，平行四边形的判定与性质，综合性强，难度较大，正确掌握相关性质内容是解题的关键.



菁优网APP



菁优网公众号



菁优网小程序